

Enkelvoudige wisselstroomkringen

WEGWIJZER

Met de begrippen i.v.m. potentiaal en spanning en met de kennis van begrippen in verband met periodieke verschijnselen hebben we in leereenheid 2 bijzondere aandacht besteed aan sinusvormig veranderlijke grootheden in de elektrotechniek.

We kregen daar een duidelijke kijk op het grafische verloop van gelijktijdig optredende sinusvormig veranderlijke grootheden die in fase of in fase verschoven waren. De vectoriële of complexe voorstelling leerde ons de sinusvormige veranderlijke grootheden grafisch of wiskundig eenvoudig voor te stellen, waardoor grafische samenstellingen of berekeningen via complexe rekenwijze eenvoudiger en nauwkeuriger worden.

We spraken tot nog toe slechts marginaal over de stroomkring gevoed door een wisselspanningsbron. We hebben immers alleen de sinusvormig optredende verschijnselen nader bestudeerd. Waar die grootheden vandaan kwamen of wat de oorzaak van een faseverschuiving was, hebben we nauwelijks in vraag gesteld.

In leereenheid 3 starten we met de toegepaste leerstof *elektriciteit wisselstroom*. We zullen onderzoeken hoe de drie *passieve componenten*, m.n. een gelijkstroomweerstand R , een spoel L (inductief) en een condensator C (capacitief) zich gedragen als enkelvoudige en zelfstandige elementen aangesloten op een wisselspanning.

In de gelijkstroomtechniek gaf de wet van Ohm in alle omstandigheden het verband tussen U , I en R . In wisselstroomkringen treden echter verschijnselen op die bij stroomkringen gevoed met een constante gelijkspanning, niet voorkomen.

Door de voortdurende fluxverandering die een wisselstroom meebrengt, zullen de inductiever- schijnselen, overal waar spoelen aanwezig zijn, de stroomsterkte beïnvloeden. Ook de aanwezigheid van een condensator zal de stroomwaarde en zijn faseverschuiving t.o.v. de spanning beïnvloeden. Dat zijn voldoende redenen om stap voor stap het gedrag te onderzoeken van de drie componenten R , L en C , afzonderlijk aangesloten op een wisselspanningsbron. Voor elk geval zal dat onderzoek resulteren in een aangepaste wet van Ohm.

In de volgende leereenheden bestuderen we de verschijnselen die optreden bij serie-, parallel- en gemengde schakeling van de enkelvoudige wisselstroomkringen in het tijdsdomein en het frequentiedomein. We zullen daar nagaan hoe verschillende sinusvormige grootheden in functie van de tijd verlopen (tijdsdomein) en wat de invloed is van een veranderlijke frequentie van de voedingsbron op de grootte van de sinusvormig veranderlijke grootheden in een stroomkring (frequentiedomein).

3.1 Definities

Leerdoelen

Hierna kan je:

- de passieve componenten opsommen.
- het symbool en de eenheid van de componenten met de juiste codeletter weergeven.
- de factoren die de waarde van de passieve componenten bepalen opsommen en in formulevorm schrijven.
- de begrippen wisselstroomkring en bronstroom omschrijven.
- het begrip impedantie toelichten en de impedantie berekenen uitgaande van de maximale of de effectieve waarden van de spanning en de stroomsterkte.
- de impedantie voor een wisselstroomkring schrijven in de complexe vorm.
- de faseverschuiving in een wisselstroomkring definiëren.
- het elektrisch schema van een wisselstroomkring tekenen en de grootheden bronspanning, spanning over de belasting, frequentie, stroomsterkte en impedantie erop aanduiden.
- de schemasymbolen van wisselspanningsbronnen met veranderlijke spanning en/of frequentie tekenen en toelichten.
- het begrip enkelvoudige wisselstroomkring omschrijven en de begrippen zuiver ohmse, inductieve of capacitieve kringen toelichten.

3.1.1 Passieve componenten

De **gelijkstroomweerstand**, met zijn weerstandswaarde $R = \frac{l \cdot \rho}{A}$, is de eerste passieve component die we besproken hebben in leerboek A-1. In een elektrisch schema duid je een weerstand aan met het symbool:  en de codeletter 'R'. De eenheid van de weerstand is de ohm (Ω).

De **spoel**, met zijn inductiecoëfficiënt $L = \frac{\mu \cdot A \cdot N^2}{l}$, is de tweede passieve component die we besproken hebben, in LE 5 van leerboek A-2. In een elektrisch schema duid je een spoel aan met het symbool:  en de codeletter 'L'. De eenheid van de inductiecoëfficiënt is de henry (H).

De **condensator**, met zijn capaciteit $C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$, is de derde passieve component die we besproken hebben, in LE 6 van leerboek A-2. In een elektrisch schema duid je een condensator aan met het symbool:  en de codeletter 'C'. De eenheid van de capaciteit is de farad (F).

Je merkt in de voorgaande formules dat de waarden van R , L en C bepaald zijn door hun samenstellende delen (constructie).

3.1.2 Wisselstroomkring

Een wisselstroomkring is een schakeling, die bestaat uit passieve componenten en waarop een sinusvormige wisselspanningsbron aangesloten wordt. In de wisselstroomtheorie bestuderen we de verschijnselen die optreden in de wisselstroomkringen die vanuit de bron een zuiver sinusvormige stroom opnemen. De stroom die door de bron aan de wisselstroomkring geleverd wordt, noemen we de bronstroom, de totale stroom of de opgenomen stroom.

3.1.3 De impedantie

In de wisselstroomtheorie noemen we de verhouding van de effectieve waarde van de aangelegde spanning tot de bronstroom de impedantie van de stroomkring. Impedantie is afgeleid van het Latijnse werkwoord *impedire* wat o.a. belemmeren, tegenhouden of verhinderen betekent. De impedantie kunnen we dan ook zien als 'de tegenstand' die een wisselstroomkring biedt aan het vloeien van de wisselstroom.

De impedantie, voorgesteld door Z , is de verhouding van de spanning tot de stroomsterkte, uitgedrukt in ohm (Ω).

$$Z = \frac{U}{I} \text{ (}\Omega\text{)}, \text{ ook de wet van Ohm voor een wisselstroomkring genoemd.}$$

Aangezien de effectieve waarde van een sinusvormige grootheid altijd 0,707 maal de maximale waarde is, kunnen we de impedantie ook uitdrukken als de verhouding van de maximale waarden:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{0,707 \cdot U_m}{0,707 \cdot I_m} = \frac{U_m}{I_m}$$

De complexe vorm van de impedantie is de verhouding van het complexe getal dat de spanning voorstelt tot het complexe getal dat de stroom voorstelt:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} \text{ (}\Omega\text{)}$$

Toelichting

$$Z = R$$

Verder tonen we aan dat de impedantie van een wisselstroomkring enkel gelijk aan is de gelijkstroomweerstand in zuiver ohmse wisselstroomkringen en bij LC-kringen op resonantie.

3.1.4 De faseverschuiving

De faseverschuiving in een wisselstroomkring is de georiënteerde hoek van de bronstroom naar de bronspanning. Het georiënteerd zijn slaat op de zin die aan de hoek gegeven wordt. Een faseverschuivingshoek in tegenwijzerzin beschouwen we als positief (figuur 3.1), een faseverschuivingshoek in wijzerzin als negatief (figuur 3.2).

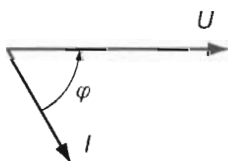


Fig. 3.1 Positieve faseverschuiving

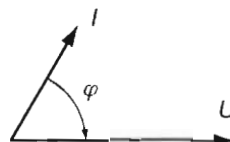


Fig. 3.2 Negatieve faseverschuiving

Toelichting

Voor- en naaijen

In de leerstof die volgt zal het voor- of naaijen van de stroom t.o.v. de spanning altijd afgeleid kunnen worden uit het teken van de faseverschuivingshoek.

3.1.5 Elektrisch schema van een wisselstroomkring

Voor een wisselspanningsbron met vaste frequentie gebruiken we het algemeen symbool (fig. 3.3) van een spanningsbron.

Hoewel de polariteit van de bron voortdurend wisselt, duiden we de spanning U aan met een pijl. De stroom I duiden we aan met een pijlpunt op de geleider. We laten de stroom als het ware vertrekken bij de pijlpunt van de spanning. De stroomsterkte in de kring wordt beperkt door de impedantie Z van de belasting. De belasting stellen we voor met het algemeen grafisch symbool van een weerstand, maar we gebruiken de codeletter Z . De spanning over de belasting U_z duiden we aan met een pijl die tegengesteld gericht is aan de stroomzin van de stroom door de belasting. Figuur 3.3 stelt het elektrisch schema van een wisselstroomkring met zijn onderscheiden grootheden voor.

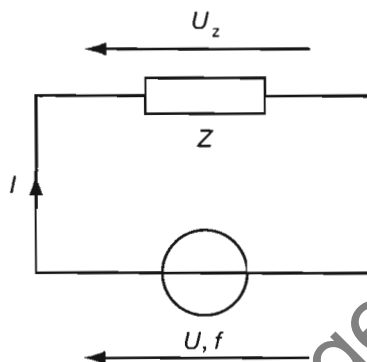


Fig. 3.3 Elektrisch schema van een wisselstroomkring

Voor een wisselspanningsbron waarvan de spanning en/of de frequentie ingesteld kan worden, gebruiken we het algemeen symbool van een regelbare spanningsbron. Bij de pijl plaatsen we het symbool van de grootte die ingesteld kan worden (figuren 3.4, 3.5 en 3.6).

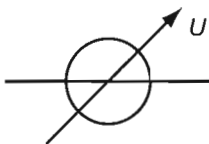


Fig. 3.4 Schemasymbool van een wisselspanningsbron met instelbare spanning

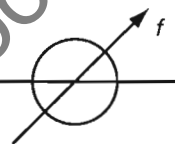


Fig. 3.5 Schemasymbool van een wisselspanningsbron met instelbare frequentie

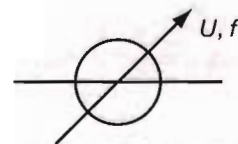


Fig. 3.6 Schemasymbool van een wisselspanningsbron met instelbare spanning en frequentie

3.1.6 Enkelvoudige wisselstroomkringen

Een wisselstroomkring die gevormd wordt door passieve componenten van dezelfde soort noemen we een enkelvoudige wisselstroomkring. Als de enkelvoudige kring bestaat uit meerdere passieve componenten van dezelfde soort, kunnen we ze met behulp van de gekende formules voor serie- en parallelschakeling vervangen door één vervangingscomponent.

Voor de enkelvoudige wisselstroomkringen laten we de naam altijd voorafgaan door de aanduiding 'zuiver'.

Een wisselstroomkring waarin enkel gelijkstroomweerstand met hun weerstandswaarde R voorkomen, noemen we een zuiver ohmse of resistieve kring.

Een wisselstroomkring waarin enkel spoelen met hun inductiecoëfficiënt L voorkomen, noemen we een zuiver inductieve kring.

Een wisselstroomkring waarin enkel condensatoren met hun capaciteit C voorkomen, noemen we een zuiver capacatieve kring.

3.2 De zuiver ohmse of resistieve kring

3.2.1 Begrip gelijkstroomweerstand

Leerdoel

Hierna kan je:

- het begrip gelijkstroomweerstand verduidelijken.

Als we in leerboek A-1 spraken over weerstand, dan hadden we het net zoals nu over gelijkstroomweerstand. Het is een weerstand waarvan de waarde bepaald wordt door zijn afmetingen, zijn temperatuur en het gebruikte materiaal. De wet van Ohm is op die weerstanden altijd van toepassing en zoals we later zullen zien, zelfs in wisselstroomkringen.

Onder een gelijkstroomweerstand verstaan we een weerstand waarbij geen inductieverschijnselen optreden en waarbij er geen capaciteit tussen de klemmen aanwezig is.

In de praktijk komen zuivere gelijkstroomweerstand vrijwel niet voor. Maar wanneer de L - en C -waarden zeer klein zijn, verwaarlozen we de L - en C -component. De gelijkstroomweerstand werd vroeger ohmse weerstand genoemd. Die uitdrukking zal je nog in meerdere niet recente publicaties tegenkomen.

3.2.2 De impedantie en de faseverschuiving in een zuiver ohmse kring

Leerdoelen

Hierna kan je:

- het elektrisch schema van een zuiver ohmse kring tekenen.
- door eenvoudige redenering het sinusvormige verloop van de stroom en het in fase zijn van de stroom met de spanning voor een gelijkstroomweerstand op wisselspanning aangesloten, verduidelijken.
- de sinusvormige en de vectoriële voorstelling geven van de spanning en de stroom in een zuiver ohmse kring.
- de wet van Ohm voor een zuiver ohmse kring afleiden.
- de complexe uitdrukking van de impedantie bepalen van een gelijkstroomweerstand die aangesloten is op wisselspanning.
- de werkwijze voor het bekomen van een inductievrije weerstand toelichten.
- de gevolgen omschrijven van het aansluiten van een niet-lineaire weerstand op een wisselspanning.
- het begrip wisselstroomweerstand toelichten.

a Grafische analyse

We sluiten een gelijkstroomweerstand aan op een sinusvormige wisselspanning $u = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$, die we als referentiesinus beschouwen.

Het elektrisch schema stellen we voor in figuur 3.7.

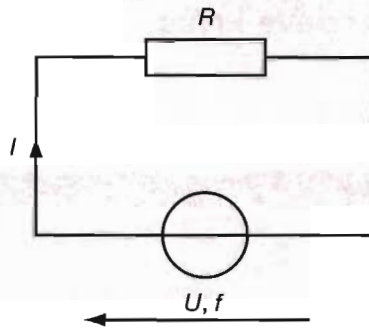


Fig. 3.7 Elektrisch schema van een zuiver ohmse kring

De wet van Ohm is op de gelijkstroomweerstand altijd (op elk ogenblik) toepasbaar.

$$u = i \cdot R$$

De ogenblikkelijke waarde van de stroomsterkte wordt dan

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)}{R} = \frac{U_m}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Uit de wiskundige formule van de stroomsterkte blijkt dat:

- de stroom door de weerstand ook sinusvormig verloopt;
- de stroom door de weerstand dezelfde frequentie heeft als de spanning erover;
- de stroom door de weerstand in fase is met de aangelegde spanning, $\varphi = 0$.

Figuur 3.8 stelt het sinusvormige verloop van de spanning en de stroom in een zuiver ohmse kring voor. Figuur 3.9 stelt het vectorendiagram van de zuiver ohmse kring op $t = 0$ van figuur 3.8 voor.

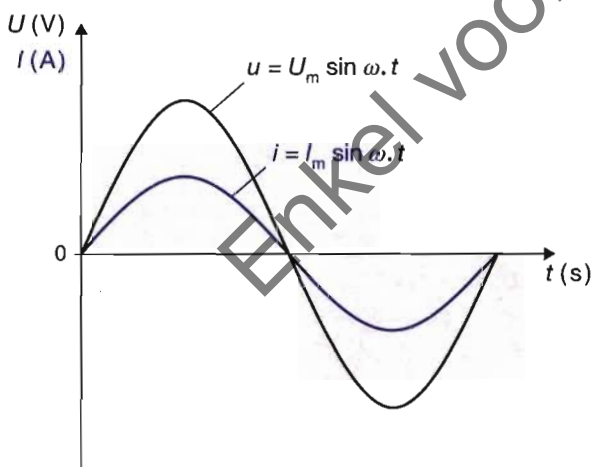


Fig. 3.8 Stroom- en spanning-tijd-diagram van een zuiver ohmse kring Oscilloscoopmeting op een zuiver ohmse kring

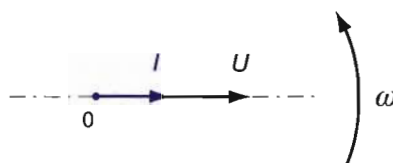


Fig. 3.9 Vectorendiagram van een zuiver ohmse kring

Als we de vector $\vec{I}$ vermenigvuldigen met de weerstandswaarde R van de weerstand, die altijd een positief reëel getal is, bekomen we een vector

- met dezelfde richting en zin;
- met een lengte gelijk aan de lengte van de spanningsvector.

b Wiskundige afleiding van de impedantie

$$I_m = \frac{U_m}{R} \rightarrow R = \frac{U_m}{I_m} = \frac{\sqrt{2} \cdot U}{\sqrt{2} \cdot I} = \frac{U}{I} = Z \quad (\text{wet van Ohm voor een zuiver ohmse kring})$$

De impedantie van de zuiver ohmse kring Z is gelijk aan de gelijkstroomweerstand R .

c Complexe vorm

De stroomvector $\vec{I}$ in figuur 3.9 kunnen we voorstellen door het complex getal $\bar{I} = I + j0$.

Als we de vector $\vec{I}$ vermenigvuldigen met de weerstandswaarde R van de gelijkstroomweerstand, die altijd een positief reëel getal is, bekomen we een vector

- met dezelfde richting en zin;
- met een lengte gelijk aan de lengte van de spanningsvector.

De bekomen spanningsvector $\vec{U}$ kunnen we voorstellen door het complex getal $\bar{U} = \bar{I} \cdot R$ zodat de impedantie van de kring

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = R \quad (\Omega)$$

Toegepast op figuur 3.9 geeft dit

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{U + j0}{I + j0} = \frac{U}{I} = R$$

De complexe uitdrukking van de impedantie van een zuiver ohmse kring is gelijk aan de gelijkstroomweerstand, die een positief reëel getal is.

Toelichtingen

Inductievrije weerstand

Een spoelvormige gewikkelde weerstandsdraad heeft steeds een kleine, dikwijls te verwaarlozen, inductiecoëfficiënt L . Om de (kleine) inductiecoëfficiënt te neutraliseren en een inductievrije gelijkstroomweerstand te bekomen, kan de weerstand gevormd worden door een bifilair gewikkelde draad (fig. 3.10).

Een bifilaire weerstand is altijd gewikkeld met een dubbele draad. Daardoor zullen de magnetische velden die ontstaan als gevolg van de heen- en terugvloeiende stroom (figuur 3.10) elkaar opheffen zodat de zelfinductiespanning nagenoeg onbestaande is. We noemen deze gelijkstroomweerstand een bifilair gewikkelde weerstand.

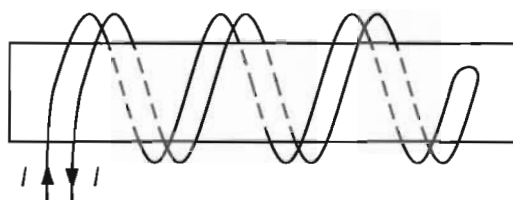


Fig. 3.10 Bifilair gewikkelde weerstand

Niet-lineaire weerstand

Bij een niet-lineaire weerstand is het verband tussen U en R niet lineair (leerboek A-1 par. 7.1.2). Als we een sinusvormige spanning aansluiten op een niet-lineaire weerstand (bv. een VDR-weerstand), dan zal de stroom die er een gevolg van is niet sinusvormig zijn.

Wisselstroomweerstand

Bij gelijkstroom verdeelt de stroom zich gelijkmatig over de doorsnede van de geleider, maar bij wisselstroom heeft hij de neiging om eerder in de buitenlagen van de geleider te lopen. Dit verschijnsel noemen we het skineffect. Het skineffect wordt veroorzaakt door de kleine inductiecoëfficiënt L van een rechte geleider. De stroomverdringing door het skineffect naar de buitenomtrek zal groter zijn naarmate de geleider een grotere diameter heeft en de frequentie hoger is. Door het verdringen van de stroom uit de kern van de geleider verkleint de effectieve loodrechte oppervlakte van de stroomdoorgang, zodat de weerstandswaarde volgens de wet van Pouillet $R = \frac{l \cdot \rho}{A}$ toeneemt. De wisselstroomweerstand R_{AC} is de som van de gelijkstroomweerstand R en een weerstandstoename door het skineffect ΔR_s .

$$R_{AC} = R + \Delta R_s$$



In het labboek vind je mogelijke opdrachten en demonstraties rond de zuiver ohmse kring.

3.3 De zuiver inductieve kring

3.3.1 Begrip ideale spoel

Leerdoel

Hierna kan je:
– het begrip ideale spoel toelichten.

Onder een ideale spoel verstaan we een solenoïde (spoel met luchtkern) waarvan de gelijkstroomweerstand gelijk is aan nul en waarbij er geen capaciteit tussen de klemmen aanwezig is. Een ideale spoel heeft enkel een inductiecoëfficiënt L .

Een spoel wordt gewikkeld met een draad uit een geleidend materiaal met soortelijke weerstand ρ , een lengte l en een doorsnede A . Elke spoel heeft volgens de wet van Pouillet een gelijkstroomweerstand $R = \frac{l \cdot \rho}{A}$. De windingen van een spoel liggen over een oppervlakte A en op een kleine afstand d van elkaar geïsoleerd door een tussenstof met dielektrische constante ϵ , zodat elke spoel een capaciteit $C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$ heeft.

In de praktijk komen ideale spoelen vrijwel niet voor.

We zullen de kleine aanwezige gelijkstroomweerstand R en capaciteit C tegenover de inductiecoëfficiënt L voorlopig verwaarlozen. We noemen een ideale spoel ook een zuivere zelfinductie.

3.3.2 De impedantie en de faseverschuiving in een zuiver inductieve kring

Leerdoelen

Hierna kan je:

- het elektrische schema van een zuiver inductieve kring tekenen.
- de stroomverandering uit het stroomverloop afleiden.
- het verloop van de inductiespanning afleiden uit het verloop van de stroomverandering.
- aan de hand van een grafische voorstelling en door eenvoudige redenering het sinusvormige verloop en het 90° in fase verschoven zijn van de spanning t.o.v. de stroom voor een ideale spoel die op wisselspanning aangesloten is, verduidelijken.
- door redenering de factoren afleiden die de impedantie van de zuiver inductieve kring bepalen.
- de wet van Ohm voor een zuiver inductieve kring afleiden.
- de sinusvormige, de vectoriële en de wiskundige voorstelling geven van de spanning en de stroom in een zuiver inductieve kring.
- de complexe uitdrukking van de impedantie van een ideale spoel die aangesloten is op wisselspanning bepalen.
- het verband tussen een wiskundige cosinus- en sinusfunctie met de wiskundige uitdrukking van spanning en stroom aantonen.
- een praktische spoel onderscheiden van een ideale spoel.
- de invloed van de frequentie op de stroomsterkte toelichten.
- het nut van het gebruik van de $\cos \varphi$ -meter en de oscilloscoop inzien.
- de gevolgen van het aansluiten van een verzadigde spoel op wisselspanning omschrijven.
- het gebruik van het woord 'inductantie' in de juiste context plaatsen.

a Grafische analyse

– Berekeningsvoorbeeld

We veronderstellen dat er een sinusvormige stroom (referentiesinus) met een stroomsterkte van 5 A en een frequentie van 50 Hz door een spoel met een inductiecoëfficiënt van 146,4 mH vloeit.

Het elektrische schema van dit rekenvoorbeeld stellen we voor in figuur 3.11.

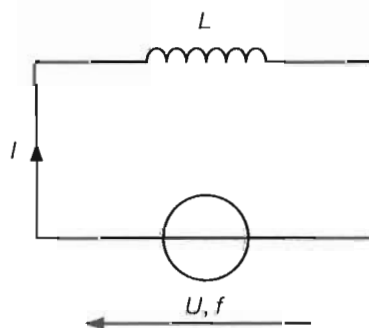


Fig. 3.11 Elektrisch schema van een zuiver inductieve kring

De ogenblikkelijke waarden van de stroom kunnen we vrij eenvoudig berekenen met behulp van een rekenblad of de computer.

$$i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = 7,07 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$$

Het resultaat van de berekening over een periode per halve milliseconde ($0,5 \cdot 10^{-3}$ s) geven we weer in tabel 3.1. In figuur 3.12 geeft de curve in zwarte lijn het stroomverloop weer.

Uit leerboek A-2 (5.2.3) weten we dat de zelfinductiespanning gelijk is aan

$$E_L = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Bij een sinusvormige stroom verandert de stroomsterkte rond elk tijdstip, zodat op elk ogenblik een zelfinductiespanning ontstaat.

$$e_L = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

De stroomverandering rond een tijdstip berekenen we in tabel 3.1 als de ogenblikkelijke waarde op het volgende tijdstip min de ogenblikkelijke waarde op het vorige tijdstip.

$$\Delta i_t = i_{t+0,5\text{ms}} - i_{t-0,5\text{ms}}$$

Rond een tijdstip waarop de stroomsterkte maximaal is, verandert de stroomsterkte niet, want ze is even groot op het volgende tijdstip als op het vorige.

Rond een positieve nuldoorgang van de stroom is de stroomverandering maximaal en positief, want de stroomsterkte stijgt van een grote negatieve naar een grote positieve waarde.

Rond een negatieve nuldoorgang van de stroom is de stroomverandering maximaal en negatief, want de stroomsterkte daalt van een grote positieve naar een grote negatieve waarde.

De ogenblikkelijke waarde van de zelfinductiespanning van het rekenvoorbeeld vinden we door het tegengestelde van de stroomverandering $-\Delta i$ te vermenigvuldigen met $L = 0,1464$ H en te delen door $\Delta t = (t + 0,5 \text{ ms}) - (t - 0,5 \text{ ms}) = 1 \text{ ms} = 0,001 \text{ s}$.

In figuur 3.12 geeft de curve in lichtblauwe lijn het verloop van de zelfinductiespanning weer.

Aangezien de ideale spoel geen gelijkstroomweerstand heeft, is de zelfinductiespanning de enige tegenwerking die de stroom ondervindt. Om de stroom in de kring te kunnen onderhouden, moeten we op elk ogenblik een bronspanning aanleggen die de zelfinductiespanning overwint, dus $u = -e_L$.

In tabel 3.1 is de waarde van de aangelegde spanning op elk ogenblik het tegengestelde van de zelfinductiespanning.

In figuur 3.12 geeft de donkerblauwe lijn het verloop van de aangelegde spanning weer.

Uit de grafische analyse blijkt dat:

- de spanning over de ideale spoel ook sinusvormig verloopt;
- de spanning over de ideale spoel dezelfde frequentie heeft als de stroom erdoor;
- de spanning over de ideale spoel 90° of $\pi/2$ rad voorijlt op de stroom erdoor, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

t (ms)	i (A)	Δi (A)	e_L (V)	u (V)	t (ms)	i (A)	Δi (A)	e_L (V)	u (V)
0	0	2,212	-323	323	10,5	-1,106	-2,185	319	-319
0,5	1,106	2,185	-319	319	11,0	-2,185	-2,104	307	-307
1,0	2,185	2,104	-307	307	11,5	-3,210	-1,971	288	-288
1,5	3,210	1,971	-288	288	12,0	-4,156	-1,789	261	-261
2,0	4,156	1,789	-261	261	12,5	-4,999	-1,564	228	-228
2,5	4,999	1,564	-228	228	13,0	-5,720	-1,300	190	-190
3,0	5,720	1,300	-190	190	13,5	-6,299	-1,004	147	-147
3,5	6,299	1,004	-147	147	14,0	-6,724	-0,684	100	-100
4,0	6,724	0,684	-100	100	14,5	-6,983	-0,346	51	-51
4,5	6,983	0,346	-51	51	15,0	-7,070	0,000	0	0
5,0	7,070	0,000	0	0	15,5	-6,983	0,346	-51	51
5,5	6,983	-0,346	51	-51	16,0	-6,724	0,684	-100	100
6,0	6,724	-0,684	100	-100	16,5	-6,299	1,004	-147	147
6,5	6,299	-1,004	147	-147	17,0	-5,720	1,300	-190	190
7,0	5,720	-1,300	190	-190	17,5	-4,999	1,564	-228	228
7,5	4,999	-1,564	228	-228	18,0	-4,156	1,789	-261	261
8,0	4,156	-1,789	261	-261	18,5	-3,210	1,971	-288	288
8,5	3,210	-1,971	288	-288	19,0	-2,185	2,104	-307	307
9,0	2,185	-2,104	307	-307	19,5	-1,106	2,185	-319	319
9,5	1,106	-2,185	319	-319	20,0	0	2,212	-323	323
10,0	0	-2,212	323	-323					

Tabel 3.1 Berekeningsvoorbeeld voor een zuiver inductieve kring

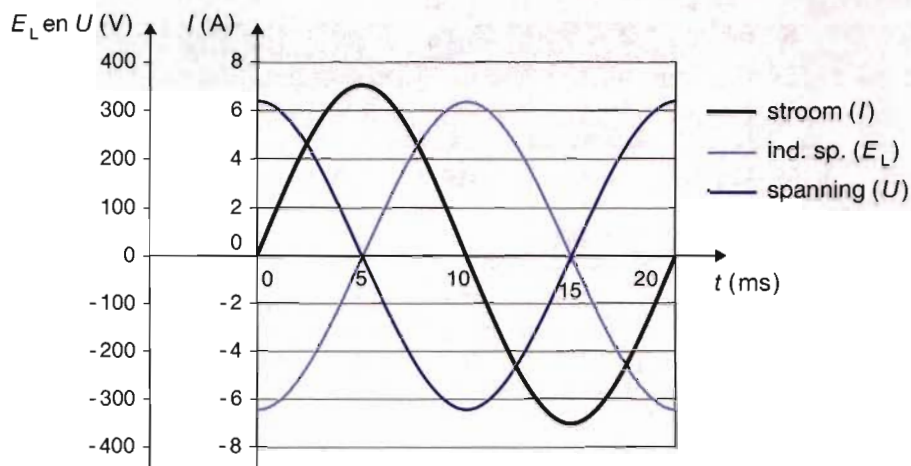


Fig. 3.12 Sinusvormige voorstelling van de grootheden in een zuiver inductieve kring

Figuur 3.13 stelt het vectorendiagram voor van de zuiver inductieve kring op $t = 0$ van figuur 3.12.

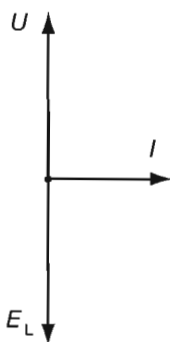


Fig. 3.13 Vectorendiagram van een zuiver inductieve kring Oscilloscoopmeting op een zuiver inductieve kring

Uit tabel 3.1 blijkt dat de impedantie van de kring uit het berekeningsvoorbeeld

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{323}{7,070} = 45,7 \Omega$$

- Invloed van de frequentie f

Als we de tabel opnieuw berekenen voor dezelfde spoel en dezelfde stroomsterkte, maar voor de dubbele frequentie $f = 100$ Hz, dan blijkt dat de stroom dubbel zoveel verandert in een zelfde tijdsinterval. De inductiespanning zal dan ook verdubbelen, zodat we de waarde van de aangelegde spanning moeten verdubbelen om dezelfde stroomsterkte in de kring te onderhouden. De impedantie verdubbelt, omdat de aangelegde spanning verdubbeld is bij gelijke stroomsterkte. De impedantie van een zuiver inductieve kring is dus recht evenredig met de frequentie van de aangelegde spanning.

- Invloed van de inductiecoëfficiënt L

Als we de tabel opnieuw berekenen voor dezelfde frequentie en dezelfde stroomsterkte, maar voor een spoel met dubbele inductiecoëfficiënt $L = 292,8$ mH, dan blijkt dat de inductiespanning verdubbelt, zodat we de waarde van de aangelegde spanning moeten verdubbelen om dezelfde stroomsterkte in de kring te onderhouden. De impedantie verdubbelt, omdat de aangelegde spanning verdubbeld is bij gelijke stroomsterkte. De impedantie van een zuiver inductieve kring is dus recht evenredig met de zelfinductiecoëfficiënt van de spoel.

- Wiskundige uitdrukking van de impedantie van de zuiver inductieve kring
Wiskundig uitgedrukt:

$$Z = c^{te} \cdot f \cdot L = a \cdot f \cdot L$$

Deze vergelijking toont dat de impedantie van een zuiver inductieve kring evenredig is met de frequentie en de inductiecoëfficiënt.

Als we de waarden uit het rekenvoorbeeld invullen in de bovenstaande vergelijking, blijkt dat de evenredigheidsconstante a gelijk is aan

$$a = \frac{Z}{f \cdot L} = \frac{45,7}{50 \cdot 0,1464} = 6,24 \approx 2 \cdot \pi,$$

zodat de impedantie van een zuiver inductieve kring

$$Z = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \omega \cdot L$$

De impedantie van een wisselstroomkring waarin de aangelegde spanning 90° of $\pi/2$ rad verschoven is tegenover de opgenomen stroom, noemen we de reactantie en stellen we voor door X . Als de stroom naaijt op de spanning is de kring zuiver inductief en geven we de X een index L .

De reactantie van een zuiver inductieve kring noemen we dan ook de inductieve reactantie en we stellen ze voor door X_L .

$$X_L = \omega \cdot L (\Omega)$$

Toelichting

Nauwkeurige berekening van de evenredigheidsconstante

De evenredigheidsconstante uit het rekenvoorbeeld is iets kleiner dan 2π . Als we de beschouwde tijdsintervallen kleiner nemen, zal het resultaat nauwkeuriger worden.

Het juiste resultaat bekomen we door een wiskundige differentiaalberekening, uitgaande van de formule

$$u = L \frac{di}{dt}$$

b Wiskundige analyse i.v.m. de impedantie

Het verband tussen de ogenblikkelijke waarde van de spanning en stroomsterkte in een zuiver inductieve kring wordt weergegeven in onderstaande vergelijking

$$u = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Aangezien de stroomsterkte in een vierde periode verandert van 0 tot I_m (figuur 3.12), is de gemiddelde waarde van de aangelegde spanning

$$U_{gem} = L \cdot \frac{(I_m - 0)}{\frac{T}{4}} = 4 \cdot \frac{1}{T} L \cdot I_m = 4 \cdot f \cdot L \cdot I_m$$

Uit leereenheid 2 weten we dat voor een sinusvormige spanning

$$U_{\text{gem}} = \frac{2}{\pi} \cdot U_m$$

met andere woorden

$$\frac{2}{\pi} \cdot U_m = 4 \cdot f \cdot L \cdot I_m \text{ of } U_m = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \cdot I_m$$

zodat de impedantie van de zuiver inductieve kring

$$Z = X_L = \frac{U_m}{I_m} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \omega \cdot L$$

$$\text{of } Z = X_L = \frac{U}{I} \text{ (wet van Ohm voor een zuiver inductieve kring)}$$

c Complexe vorm van de impedantie

De stroomvector $\vec{I}$ in figuur 3.13 kunnen we voorstellen door het complex getal $\bar{I}$.

Als we de vector vermenigvuldigen met de inductieve reactantie X_L van de ideale spoel, die altijd een positief reëel getal is, bekomen we een vector

- met dezelfde richting en zin;
- met een lengte gelijk aan de lengte van de spanningsvector.

Om de werkelijke spanningsvector te bekomen, moeten we de bekomen vector nog verdraaien over 90° in tegenwijzerzin. Door het complex getal $X_L \cdot \bar{I}$ te vermenigvuldigen met de wiskundige operator j , bekomen we het complex getal $\bar{U}$, dat de spanningvector voorstelt.

$$\bar{U} = j \cdot X_L \cdot \bar{I}$$

De complexe impedantie van de zuiver inductieve kring wordt dan

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = j \cdot X_L (\Omega)$$

Toegepast op figuur 3.13 geeft dit

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{0 + jU}{I + j0} = \frac{jU}{I} = j \cdot X_L$$

De complexe impedantie van een zuiver inductieve kring is gelijk aan jX_L , die een positief, zuiver imaginair getal is.

Toelichtingen

Cosinus en sinusvormige

In figuur 3.12 is de sinusvormige voorstelling van de stroom een referentiesinus.

De wiskundige vergelijking van het stroomverloop is dan

$$i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_m \cdot \sin(\alpha)$$

In de zuiver inductieve kring ijlt de spanning 90° of $\pi/2$ rad voor op de stroom. De wiskundige uitdrukking van de spanning is dan

$$u = U_m \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \cdot \sin(\alpha + 90^\circ)$$

Uit de trigonometrie weten we dat $\sin(\alpha + 90^\circ) = \cos \alpha$.

De wiskundige uitdrukking van de spanning kunnen we ook schrijven als

$$u = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t) = U_m \cdot \cos(\alpha)$$

De wiskundige cosinusfunctie ijlt 90° voor op de sinusfunctie.

Ideale spoel

In een ideale spoel zijn er geen diëlektrische, joule- en ijzerverliezen als ze aangesloten is op een wisselspanning.

Niet-ideale spoel

In de praktische toepassingen bestaat een ideale spoel niet. Ze zal altijd een zekere gelijkstroomweerstand bieden, een kleine verwaarloosbare capaciteit bezitten en ijzerverliezen veroorzaken bij aanwezigheid van een magnetisch materiaal in de kern van de spoel en bij aansluiting op een wisselspanning. De studie van de ideale spoel is echter niet nutteloos, aangezien we later een ideale spoel met een gelijkstroomweerstand in serie een praktische spoel zullen noemen.

Invloed van de frequentie

Uit de formule $X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$ blijkt dat de inductieve reactantie rechtevenredig is met de frequentie van de aangelegde spanning.

Als de frequentie bijvoorbeeld toeneemt, dan zal de waarde van de inductieve reactantie toenemen, terwijl de stroomsterkte in de stroomkring afneemt.

Gebruik van de oscilloscoop

Met een oscilloscoop kunnen we de faseverschuiving tussen de spanning en de stroom duidelijk illustreren.

Cos φ -meter

Het schakelen van een cos φ -meter in een inductieve kring maakt het mogelijk de faseverschuiving tussen de spanning en de stroom af te lezen.

Verzadigde spoelen

Uit de magnetisatie kromme $B = f(H)$ blijkt dat het ijzer van de kern van een spoel met ferromagnetische kern verzadigd wordt, als we de stroomsterkte door de wikkeling groot genoeg maken. Als het ijzer verzadigd wordt, is het verband tussen de stroom en de inductiespanning en dus ook de aangelegde spanning niet meer lineair. Als we een verzadigde spoel aansluiten op een sinusvormige wisselspanning is het stroomverloop niet sinusvormig. In wisselstroomkringen komen enkel spoelen met luchtkern of niet-verzadigde spoelen voor.

Inductieve reactantie, inductantie en impedantie

Voor inductieve reactantie gebruiken we dikwijls de samenstelling van de twee woorden, namelijk inductantie. Volgens het SI is de henry de eenheid van de elektrische inductantie. Eén henry is de elektrische inductantie van een gesloten kring waarin een elektrische spanning van 1 volt geïnduceerd wordt als de elektrische stroom in de kring op een uniforme manier varieert met 1 ampère per seconde.

Als wij in dit boek inductantie gebruiken, dan bedoelen we de impedantie van een zuiver inductieve kring en die wordt uitgedrukt in ohm.



In het labboek vind je mogelijke opdrachten en demonstraties rond de zuiver inductieve kring.

3.4 De zuiver capacatieve kring

3.4.1 Begrip ideale condensator

Leerdoel

Hierna kan je:

- het begrip ideale condensator toelichten.

Onder een ideale condensator verstaan we een condensator waarvan de gelijkstroomweerstand gelijk is aan oneindig en waarbij er geen inductieverschijnselen bij stroomverandering optreden. Een ideale condensator heeft enkel een capaciteit C .

In de praktijk komen ideale condensatoren vrijwel niet voor.

We zullen de grote gelijkstroomweerstand van het diëlectricum R als oneindig groot beschouwen en de kleine inductiecoëfficiënt L tegenover de capaciteit C voorlopig verwaarlozen. We noemen een ideale condensator ook een zuivere capaciteit.

3.4.2 De impedantie en de faseverschuiving in een zuiver capacatieve kring

Leerdoelen

Hierna kan je:

- het elektrische schema tekenen van een zuiver capacatieve kring.
- de spanningsverandering uit het spanningsverloop afleiden.
- het verloop van de stroom afleiden uit het verloop van de spanningsverandering.
- aan de hand van een grafische voorstelling en door eenvoudige redenering het sinusvormige verloop en het 90° in fase verschoven zijn van de spanning t.o.v. de stroom voor een ideale condensator die op wisselspanning aangesloten is, verduidelijken.
- door redenering de factoren afleiden die de impedantie van de zuiver capacatieve kring bepalen.
- de wet van Ohm voor een zuiver capacatieve kring afleiden.
- de sinusvormige, de vectoriële en de wiskundige voorstelling geven van de spanning en de stroom in een zuiver capacatieve kring.
- de complexe uitdrukking van de impedantie van een ideale condensator die aangesloten is op wisselspanning bepalen.
- een praktische condensator van een ideale condensator onderscheiden.
- de invloed van de frequentie op de stroomsterkte toelichten.
- het nut van het gebruik van de $\cos \varphi$ -meter en de oscilloscoop inzien.
- het gebruik van het woord 'capacitantie' in de juiste context plaatsen.

a Grafische analyse

Berekeningsvoorbeeld

We veronderstellen dat een sinusvormige spanning (referentiesinus) van 230 V met een frequentie van 50 Hz aangesloten is op de klemmen van een condensator met een capaciteit van 69,5 μF . Het elektrische schema van dit rekenvoorbeeld stellen we voor in figuur 3.14.

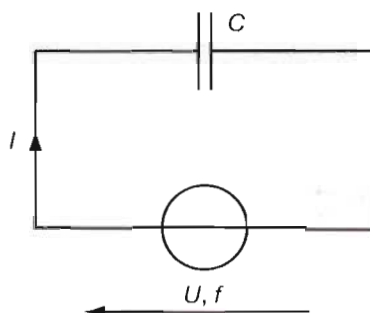


Fig. 3.14 Elektrisch schema van een zuiver capacatieve kring

De ogenblikkelijke waarden van de spanning kunnen we vrij eenvoudig berekenen met behulp van een rekenblad op de computer.

$$u = U_{\text{eff}} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = 325 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$$

Het resultaat van de berekening over een periode per halve milliseconde ($0,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$) geven we weer in tabel 3.2. In figuur 3.15 geeft de curve in zwarte lijn het spanningsverloop weer.

Uit leerboek A-2 (6.3.2) weten we dat de capaciteit van een condensator gelijk is aan

$$C = \frac{Q}{U} (\text{F})$$

Als we de wet van Faraday inpassen in de formule wordt de capaciteit

$$C = \frac{I \cdot t}{U}$$

Nu vormen we de formule om naar de uitdrukking van de stroomsterkte.

$$I = C \cdot \frac{U}{t}$$

Uit de studie van de condensator op gelijkspanning (leerboek A-2 paragraaf 6.3.4) weten we dat er enkel een stroom in de stroomkring vloeit tijdens het laden en ontladen van de condensator. Tijdens het laden stijgt de spanning over de condensator en tijdens het ontladen daalt de spanning over de condensator, m.a.w. tijdens het laden en ontladen verandert de spanning over de condensator in functie van de tijd.

Bij een sinusvormige spanning verandert de spanningswaarde rond elk tijdstip, zodat op elk ogenblik een stroom in de kring vloeit.

$$i = C \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

De spanningsverandering rond een tijdstip berekenen we in tabel 3.2 als de ogenblikkelijke waarde op het volgende tijdstip min de ogenblikkelijke waarde op het vorige tijdstip.

$$\Delta u_i = u_{t+0,5\text{ms}} - u_{t-0,5\text{ms}}$$

Rond een tijdstip waarop de spanning maximaal is, verandert de spanningswaarde niet, want ze is even groot op het volgende tijdstip als op het vorige.

Rond een positieve nuldoorgang van de spanning is de spanningsverandering maximaal en positief, want de spanning stijgt van een grote negatieve naar een grote positieve waarde.

Rond een negatieve nuldoorgang van de spanning is de spanningsverandering maximaal en negatief, want de spanning daalt van een grote positieve naar een grote negatieve waarde.

De ogenblikkelijke waarde van de stroomsterkte van het rekenvoorbeeld vinden we door de spanningsverandering Δu te vermenigvuldigen met $C = 69,5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ en te delen door $\Delta t = (t + 0,5 \text{ ms}) - (t - 0,5 \text{ ms}) = 1 \text{ ms} = 0,001 \text{ s}$.

In figuur 3.15 geeft de curve in blauwe lijn het verloop van de stroomsterkte weer.

Uit de grafische analyse blijkt dat:

- de stroom door de ideale condensator ook sinusvormig verloopt;
- de stroom door de ideale condensator dezelfde frequentie heeft als de spanning erover;
- de spanning over de ideale condensator 90° of $\pi/2$ rad naait op de stroom erdoor, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

$t \text{ (ms)}$	$u \text{ (V)}$	$\Delta u \text{ (V)}$	$i \text{ (A)}$	$t \text{ (ms)}$	$u \text{ (V)}$	$\Delta u \text{ (V)}$	$i \text{ (A)}$
0	0	102	7,089	10,5	-51	-100	-6,950
0,5	51	100	6,950	11,0	-100	-97	-6,742
1,0	100	97	6,742	11,5	-148	-91	-6,325
1,5	148	91	6,325	12,0	-191	-82	-5,699
2,0	191	82	5,699	12,5	-230	-72	-5,004
2,5	230	72	5,004	13,0	-263	-60	-4,170
3,0	263	60	4,170	13,5	-290	-46	-3,197
3,5	290	46	3,197	14,0	-309	-31	-2,155
4,0	309	31	2,155	14,5	-321	-16	-1,112
4,5	321	16	1,112	15,0	-325	0	0
5,0	325	0	0	15,5	-321	16	1,112
5,5	321	-16	-1,112	16,0	-309	31	2,155
6,0	309	-31	-2,155	16,5	-290	46	3,197
6,5	290	-46	-3,197	17,0	-263	60	4,170
7,0	263	-60	-4,170	17,5	-230	72	5,004
7,5	230	-72	-5,004	18,0	-191	82	5,699
8,0	191	-82	-5,699	18,5	-148	91	6,325
8,5	148	-91	-6,325	19,0	-100	97	6,742
9,0	100	-97	-6,742	19,5	-51	100	6,950
9,5	51	-100	-6,950	20,0	0	102	7,089
10,0	0	-102	-7,089				

Tabel 3.2 Berekeningsvoorbeeld voor een zuiver capacitieve kring

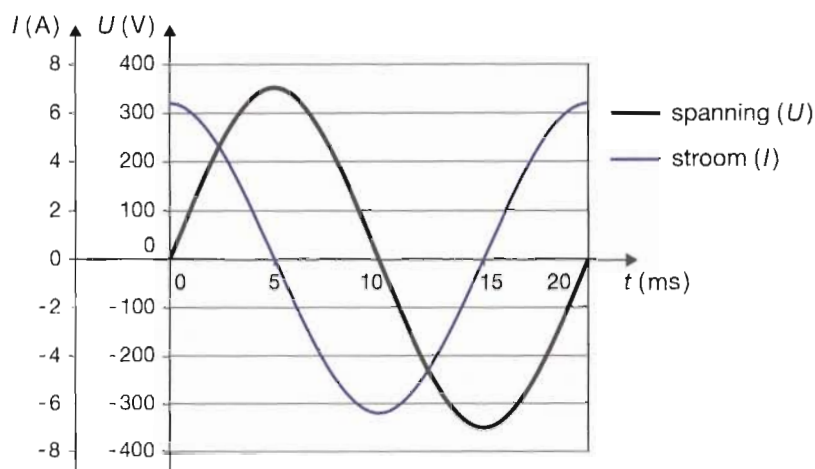


Fig. 3.15 Sinusvormige voorstelling van de grootheden in een zuiver capacatieve kring

Figuur 3.16 stelt het vectorendiagram voor van de zuiver inductieve kring op $t = 0$ van figuur 3.15.

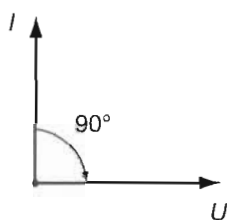


Fig. 3.16 Vectorendiagram van een zuiver capacatieve kring. Oscilloscoopmeting op een zuiver capacatieve kring

Uit tabel 3.2 blijkt dat de impedantie van de kring uit het berekeningsvoorbeeld

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{325}{7,089} = 45,8 \, \Omega$$

– Invloed van de frequentie f

Als we de tabel opnieuw berekenen voor dezelfde condensator en dezelfde aangelegde spanning, maar voor de dubbele frequentie $f = 100 \text{ Hz}$, dan blijkt dat de spanning dubbel zoveel verandert in een zelfde tijdsinterval, zodat de stroomsterkte ook verdubbelt. De impedantie halveert, omdat de stroomsterkte verdubbeld is bij gelijke aangelegde spanning. De impedantie van een zuiver capacatieve kring is dus omgekeerd evenredig met de frequentie van de aangelegde spanning.

– Invloed van de capaciteit C

Als we de tabel opnieuw berekenen voor dezelfde frequentie en dezelfde aangelegde spanning, maar voor een condensator met dubbele capaciteit $C = 139,0 \, \mu\text{F}$, dan blijkt dat de stroomsterkte verdubbelt. De impedantie halveert, omdat de stroomsterkte verdubbeld is bij gelijke aangelegde spanning. De impedantie van een zuiver capacatieve kring is dus omgekeerd evenredig met de capaciteit van de condensator.

- Wiskundige uitdrukking van de impedantie van de zuiver capacatieve kring
Wiskundig uitgedrukt:

$$Z = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{f} = a \cdot \frac{1}{f \cdot C}$$

Deze vergelijking toont dat de impedantie van een zuiver capacatieve kring omgekeerd evenredig is met de frequentie van de aangelegde spanning en de capaciteit van de condensator.

Als we de waarden uit het rekenvoorbeeld invullen in de bovenstaande vergelijking, blijkt dat de evenredigheidsconstante a gelijk is aan

$$a = Z \cdot f \cdot C = 45,8 \cdot 50,69,5 \cdot 10^{-6} = 0,159 \approx \frac{1}{2 \cdot \pi}$$

zodat de impedantie van een zuiver inductieve kring

$$Z = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

De impedantie van een wisselstroomkring waarin de aangelegde spanning 90° of $\pi/2$ rad verschoven is tegenover de opgenomen stroom, noemen we de reactantie en stellen we voor door X . Als de stroom voorijlt op de spanning ($-\pi/2$) is de kring zuiver capacatief en geven we de X een index C .

De reactantie van een capacatieve kring noemen we dan ook de capacatieve reactantie en we stellen ze voor door X_C .

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} (\Omega)$$

Toelichting

Nauwkeurige berekening van de evenredigheidsconstante

De evenredigheidsconstante uit het rekenvoorbeeld is iets kleiner dan $1/2\pi$. Als we de beschouwde tijdsintervallen kleiner nemen, zal het resultaat nauwkeuriger worden.

Het juiste resultaat bekomen we door een wiskundige differentiaalberekening, uitgaande van de formule

$$i = C \frac{du}{dt}$$

b Wiskundige analyse i.v.m. de impedantie

Het verband tussen de ogenblikkelijke waarde van de spanning en stroomsterkte in een zuiver capacatieve kring wordt weergegeven in onderstaande vergelijking

$$i = C \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

Aangezien de spanning in een vierde periode verandert van 0 tot U_m (figuur 3.15) is de gemiddelde waarde van de stroom

$$I_{\text{gem}} = C \cdot \frac{(U_m - 0)}{\frac{T}{4}} = 4 \cdot \frac{1}{T} C \cdot U_m = 4 \cdot f \cdot C \cdot U_m$$

Uit leereenheid 2 weten we dat voor een sinusvormige stroom

$$I_{\text{gem}} = \frac{2}{\pi} \cdot I_m$$

met andere woorden

$$\frac{2}{\pi} \cdot I_m = 4 \cdot f \cdot C \cdot U_m \text{ of } U_m = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \cdot I_m$$

zodat de impedantie van de zuiver capacatieve kring

$$Z = X_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$\text{of } Z = X_C = \frac{U}{I} \quad (\Omega) \text{ (wet van Ohm voor een zuiver capacatieve kring)}$$

c Complexe vorm van de impedantie

De stroomvector $\vec{I}$ in figuur 3.16 kunnen we voorstellen door het complex getal $\bar{I}$.

Als we de vector vermenigvuldigen met de capacatieve reactantie X_C van de ideale condensator, die altijd een positief reëel getal is, bekomen we een vector

- met dezelfde richting en zin;
- met een lengte gelijk aan de lengte van de spanningsvector.

Om de werkelijke spanningsvector te bekomen, moeten we de bekomen vector nog verdraaien over 90° in wijzerzin. Door het complex getal $X_C \cdot \bar{I}$ te vermenigvuldigen met het tegengestelde van de wiskundige operator j , bekomen we het complex getal $\bar{U}$, dat de spanningsvector voorstelt.

$$\bar{U} = -j \cdot X_C \cdot \bar{I}$$

De complexe impedantie van de zuiver capacatieve kring wordt dan

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = -j \cdot X_C \quad (\Omega)$$

Toegepast op figuur 3.16 geeft dit

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{U + j0}{0 + jI} = \frac{U}{jI} = \frac{jU}{j \cdot jI} = \frac{jU}{j^2 I} = \frac{jU}{-I} = -j \cdot X_C$$

De complexe impedantie van een zuiver capacatieve kring is gelijk aan $-jX_C$, die een negatief, zuiver imaginair getal is.

Toelichtingen

Niet-ideale condensator op gelijkspanning

Een ideale condensator heeft als diëlektricum een stof met een oneindig grote gelijkstroomweerstand. Een condensator zal bij aansluiting op gelijkspanning een kortstondige laadstroom opnemen. Na $t = 5 \cdot R \cdot C$ (s) is de stroomsterkte nul.

Omdat de weerstand van het diëlektricum nooit oneindig groot is, zal er voortdurend een heel kleine stroom vloeien (de lekstroom). De werkelijke condensator stellen we dan voor een ideale condensator waarover we een grote gelijkstroomweerstand R parallel plaatsen (figuur 3.17).

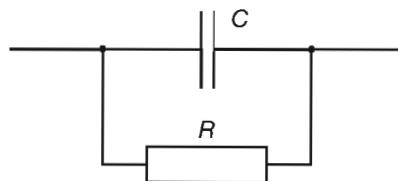


Fig. 3.17 Vervangingsschema van een werkelijke condensator op gelijkspanning

Niet-ideale condensator op wisselspanning

Door de wisselende polariteit op de platen van een condensator zullen de elektronen heen en weer bewegen tussen twee uiterste standen. Bij een ideale condensator (isolatieweerstand oneindig) zal de stroom $I = \frac{U}{X_C}$ vloeien die 90° voorijlt op de U .

Bij een praktisch voorkomende condensator zullen er diëlektrische verliezen optreden als gevolg van de onderlinge wrijving van de elektronen. De wrijving zal het diëlektricum verwarmen. Dit verschijnsel doet de stroom in een niet-ideale condensator minder dan 90° voorijlen op de spanning.

Wisselspanning op een niet-ideale condensator doet twee verschijnselen ontstaan:

- Aangezien $R \neq \infty$ vloeit er een lekstroom.
 - Er treden diëlektrische verliezen op, veroorzaakt door de wrijving van elektronen onderling.
- Schematisch kunnen we een praktische condensator op wisselspanning voorstellen als in figuur 3.18.

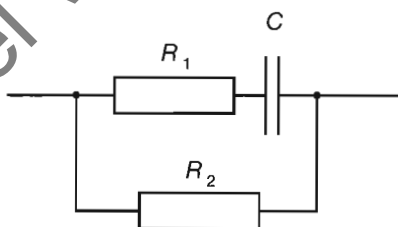


Fig. 3.18 Vervangingsschema van een praktische condensator op wisselspanning

De gelijkstroomweerstand R_1 houdt rekening met de diëlektrische verliezen en heeft een kleine weerstandswaarde. De gelijkstroomweerstand R_2 vertegenwoordigt de invloed van de lekstroom en heeft een grote weerstandswaarde. We kunnen wiskundig aantonen dat we figuur 3.18 kunnen vervangen door figuur 3.19.

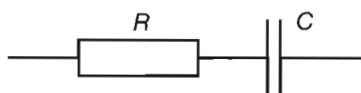


Fig. 3.19 Vereenvoudigd vervangingsschema van een praktische condensator op wisselspanning

Een niet-ideale condensator op wisselspanning kunnen we voorstellen door een gelijkstroomweerstand met een lage weerstandswaarde die in serie geschakeld is met een ideale condensator.

Ontladingsweerstand

Als een condensator van het wisselspanningsnet met effectieve waarde U afgeschakeld wordt, dan kan hij geladen zijn op een spanning tussen 0 en U_m volt. Een geladen condensator blijft altijd gevaarlijk. Bij condensatoren met een grote capaciteit schakelen we daarom een ontladingsweerstand parallel op de condensator. Om dezelfde reden moeten we hoogspanningsleidingen eerst ontladen voor we eraan mogen werken.

Invloed van de frequentie

Uit de formule $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$ blijkt dat de capacatieve reactantie omgekeerd evenredig is met de frequentie van de aangelegde spanning.

Als de frequentie bijvoorbeeld toeneemt, dan zal de waarde van de capacatieve reactantie afnemen, terwijl de stroomsterkte in de stroomkring toeneemt.

Gebruik van de oscilloscoop

Met een oscilloscoop kunnen we de faseverschuiving tussen de spanning en de stroom duidelijk illustreren.

Cos φ -meter

Het schakelen van een cos φ -meter in een capacatieve kring maakt het mogelijk de faseverschuiving tussen de spanning en de stroom af te lezen.

Capacatieve reactantie, capacitantie en impedantie

Voor capacatieve reactantie gebruiken we dikwijls de samenstelling van de twee woorden, namelijk capacitantie.

Als wij in dit boek capacitantie gebruiken, dan bedoelen we de impedantie van een zuiver capacatieve kring en die wordt uitgedrukt in ohm. M.a.w. de capacatieve reactantie is maar gelijk aan de impedantie in een zuiver capacatieve kring.

3.5 Samenvatting van de enkelvoudige wisselstroomkringen

Leerdoel

Hierna kan je:

- aan de hand van een overzichtelijke tabel de inhoud van leereenheid 3 schematiseren.

Passieve componenten	Enkelvoudige wisselstroomkring	Basiswet	Impedantie $Z (\Omega)$	Invloed van de frequentie op Z	Complexe uitdrukking van de impedantie $\bar{Z}$	Faseverschuiving φ (rad)
Gelijkstroomweerstand	Zuiver ohmse of resistentie kring	$u = i \cdot R$	Gelijkstroomweerstand R	Geen invloed	R	0 U en I in fase
Spoelen	Zuiver inductieve kring	$e_L = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$	Inductieve reactantie $X_L = \omega \cdot L$	Recht-evenredig met f	$j \cdot X_L$	$\pi/2$ U ijt voor op I
Condensatoren	Zuiver capacatieve kring	$i = C \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}$	Capacatieve reactantie $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$	Omgekeerd evenredig met f	$-j \cdot X_C$	$-\pi/2$ I ijt voor op U



In het labboek vind je mogelijke opdrachten en demonstraties rond de zuiver capacitieve kring en het bepalen van de capaciteit van een wisselspanningcondensator.

3.6 Voorbeelden

- 1 Een spoel heeft een inductiecoëfficiënt van 0,4 H en wordt aangesloten op een spanning van 230 V met frequentie 50 Hz. Bereken de inductantie en de stroomsterkte die de spoel opneemt.

Gegeven: $L = 0,4 \text{ H}$
 $U = 230 \text{ V}$
 $f = 50 \text{ Hz}$

Gevraagd: X_L en I

Oplossing: $X_L = \omega \cdot L = 2 \pi \cdot f \cdot L = 2 \pi \cdot 50 \cdot 0,4 = 125,7 \Omega$

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{230}{125,7} = 1,830 \text{ A}$$

- 2 Voor welke frequentie neemt de spoel uit voorbeeld 1 een stroomsterkte van 2 A op?

Gegeven: $L = 0,4 \text{ H}$
 $U = 230 \text{ V}$
 $I = 2,00 \text{ A}$

Gevraagd: f

Oplossing: $I = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega L} \Rightarrow \omega = \frac{U}{I L}$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{U}{2\pi \cdot I \cdot L} = \frac{230}{2\pi \cdot 2,00 \cdot 0,4} = 45,8 \text{ Hz}$$

- 3 Een condensator van 12 μF is aangesloten op een sinusvormige wisselspanning van 230 V met frequentie 50 Hz. Bereken de stroomsterkte.

Gegeven: $C = 12 \mu\text{F}$
 $U = 230 \text{ V}$
 $f = 50 \text{ Hz}$

Gevraagd: I

Oplossing: $I = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U \cdot \omega \cdot C = 230 \cdot 2 \pi \cdot f \cdot 12 \cdot 10^{-6} = 0,867 \text{ A}$

- 4 Hoe groot zal de stroomsterkte zijn als we in voorbeeld 3 de frequentie van de aangelegde spanning verdubbelen?
Vergelijk de uitkomst met die van voorbeeld 3.

Gegeven: $C = 12 \mu\text{F}$
 $U = 460 \text{ V}$
 $f = 50 \text{ Hz}$

Gevraagd: I

Oplossing: $I = \frac{U}{X_C} = U \cdot \omega \cdot C = 460 \cdot 2 \pi \cdot f \cdot 12 \cdot 10^{-6} = 1,734 \text{ A}$
(stroomverdubbeling)

3.7 Opdrachten

- 1 We sluiten een gelijkstroomweerstand van 240Ω aan op een wisselspanningsbron van 230 V effectieve waarde en frequentie 50 Hz .
Bereken de effectieve waarde van de stroomsterkte.
- 2 Bereken de waarde van de stroomsterkte als we de weerstand uit opgave 1 aansluiten op een gelijkspanning van 230 V .
- 3 Op een spanning $u = 130 \sin(314 t)$ sluiten we een spoel met een inductiecoëfficiënt van $0,08 \text{ H}$ aan. Hoeveel is de effectieve waarde van de stroomsterkte?
- 4 Een metaaldradgloeilamp neemt op een spanning van $230 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$ een stroomsterkte van 7 A op. Bereken de weerstand van de gloeilamp en schrijf de wiskundige uitdrukking voor de berekening van de ogenblikkelijke waarde van spanning en stroom.
- 5 Door een spoel, aangesloten op een spanning van $120 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$, vloeit een stroomsterkte van 4 A . Bereken de inductiecoëfficiënt van de spoel.
- 6 Een condensator met een capacitantie van $14 \mu\text{F}$ is aangesloten op een spanning van $40 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$. Bereken de stroomsterkte door de condensator en de capaciteit van de condensator.



Op de cd-rom vind je een diagnostische toets en extra taken.

SYNTHESE

Enkelvoudige wisselstroomkringen

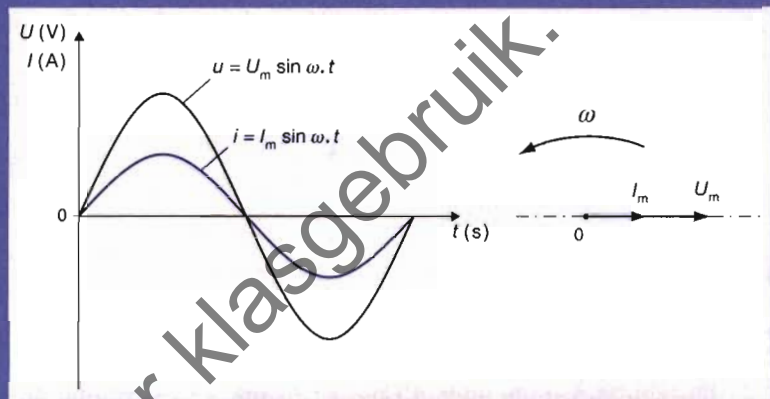
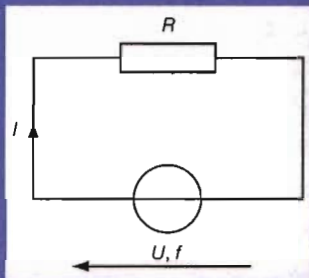
Een wisselstroomkring die gevormd wordt door passieve componenten van dezelfde soort noemen we een **enkelvoudige wisselstroomkring**.

In de wisselstroomtheorie noemen we de verhouding van de effectieve waarde van de aangelegde spanning tot de effectieve waarde van bronstroom **de impedantie** van de stroomkring

$$Z = \frac{U}{I} (\Omega), \text{ ook de wet van Ohm voor een wisselstroomkring genoemd.}$$

De faseverschuiving in een wisselstroomkring is de georiënteerde hoek van de bronstroom naar de bronspanning.

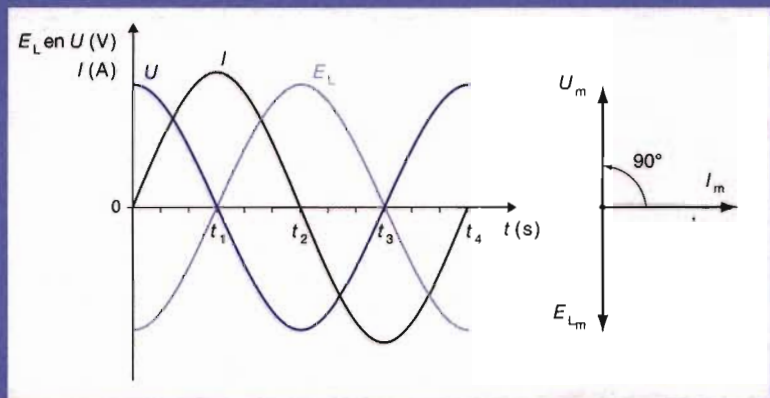
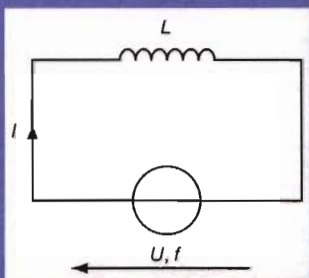
Zuivere gelijkstroomweerstand aangesloten op een sinusvormige wisselspanning



$$R = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U\sqrt{2}}{I\sqrt{2}} = \frac{U}{I}$$

Complexe voorstelling van de impedantie $\bar{R} = R$

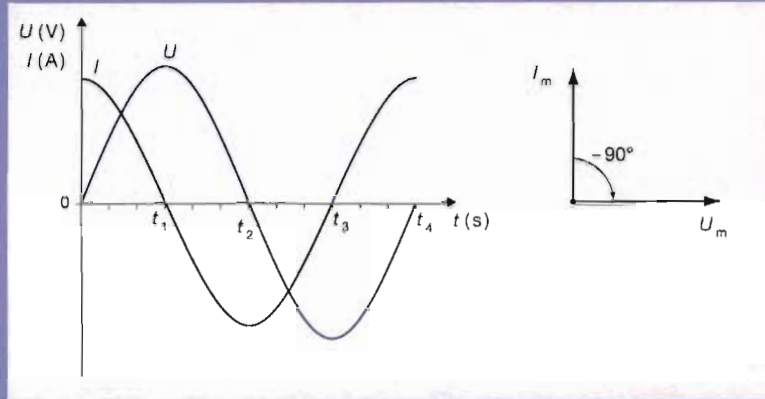
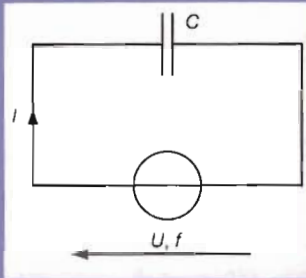
Ideale spoel aangesloten op sinusvormige wisselspanning



$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U\sqrt{2}}{I\sqrt{2}} = \frac{U}{I} \text{ met } X_L = \omega \cdot L$$

Complexe voorstelling van de impedantie $\bar{X}_L = jX_L$

Ideale condensator aangesloten op sinusvormige wisselspanning



$$X_c = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U\sqrt{2}}{I\sqrt{2}} = \frac{U}{I} \text{ met } X_c = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

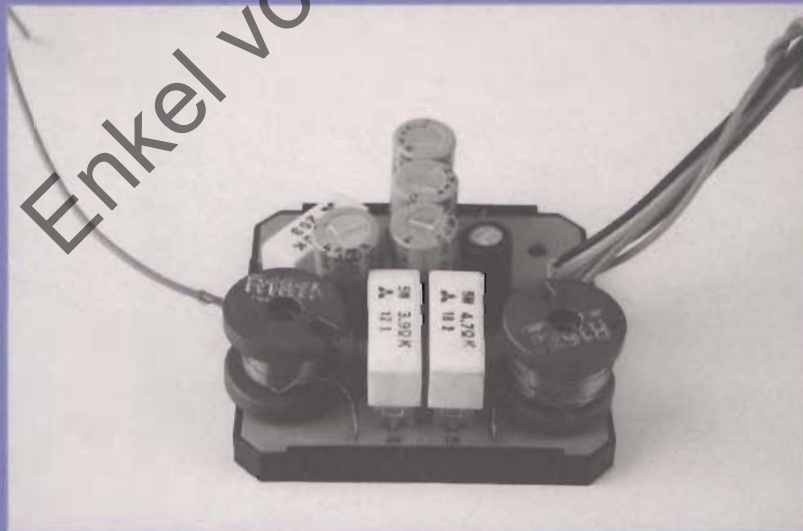
Complexe voorstelling van de impedantie $\bar{X}_c = -jX_c$

Toelichting

Benoemen van de vectoren

Verder in dit boek geven we de vectoren aan met de effectieve waarde van de grootheden

- omdat de afgeleide sinusvormige voorstelling inpraktisch, onnauwkeurig en tijdrovend is;
- omdat de effectieve waarden altijd gemeten kunnen worden met de gebruikelijke meettoestellen en dus altijd gekend zijn.



Passieve componenten

Enkel voor klasgebruik.